

© International Baccalaureate Organization 2026

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2026

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2026

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.



Mathematik: Analyse und Ansätze

Leistungsstufe

1. Klausur

14. Mai 2026

Zone A Nachmittag | Zone B Nachmittag | Zone C Nachmittag

Prüfungsnummer

2 Stunden

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Hinweise für die Schüler und Schülerinnen

- Schreiben Sie Ihre Prüfungsnummer in die Felder oben.
- Öffnen Sie diese Prüfungsklausur erst nach Aufforderung.
- Für diese Klausur dürfen Sie keinen Taschenrechner nutzen.
- Teil A: Beantworten Sie alle Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden.
- Teil B: Beantworten Sie alle Fragen im beigefügten Antwortheft. Tragen Sie Ihre Prüfungsnummer auf der Vorderseite des Antworthefts ein und heften Sie es mit dieser Prüfungsklausur und Ihrem Deckblatt mit Hilfe der beiliegenden Klammer zusammen.
- Sofern in der Frage nicht anders angegeben, sollten alle numerischen Antworten entweder exakt oder auf drei signifikante Stellen genau angegeben werden.
- Für diese Klausur ist ein unverändertes Exemplar der **Formelsammlung zu Mathematik: Analyse und Ansätze LS** erforderlich.
- Die Höchstpunktzahl für diese Prüfungsklausur ist **[110 Punkte]**.



Für eine richtige Antwort ohne Rechenweg wird möglicherweise nicht die volle Punktzahl anerkannt. Die Antworten müssen durch einen Rechenweg bzw. Erläuterungen ergänzt werden. Bei falschen Antworten können ggf. Punkte für die richtige Methode vergeben werden, sofern dies durch einen schriftlichen Rechenweg erkennbar wird. Deshalb sollten Sie alle Rechenwege offenlegen.

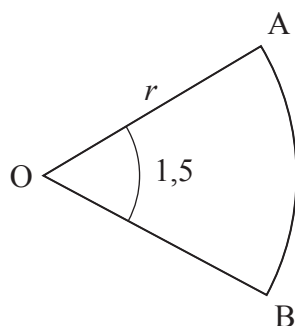
Teil A

Beantworten Sie **alle** Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden. Bei Bedarf kann der Rechenweg unterhalb der Zeilen fortgesetzt werden.

1. [Maximale Punktzahl: 6]

Das folgende Diagramm zeigt einen Kreisausschnitt $\widehat{AOB}$ mit dem Radius r cm und dem Bogenmaß $\widehat{AOB} = 1,5$ rad.

Abbildung nicht maßstabsgerecht



- (a) (i) Finden Sie einen Ausdruck für die Länge des Bogens AB in Abhängigkeit von r .
- (ii) Finden Sie unter Nutzung der Vorarbeit einen Ausdruck für den Umfang des Kreisausschnittes AOB in Abhängigkeit von r . [2]
- (b) Der Umfang des Kreisausschnittes AOB betrage 14 cm. Finden Sie den zugehörigen Wert von r . [2]
- (c) Finden Sie unter Nutzung der Vorarbeit den Flächeninhalt des Kreisausschnittes AOB. [2]

(Auf die vorliegende Frage wird auf der nächsten Seite weiter eingegangen)



(Fortsetzung Frage 1)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



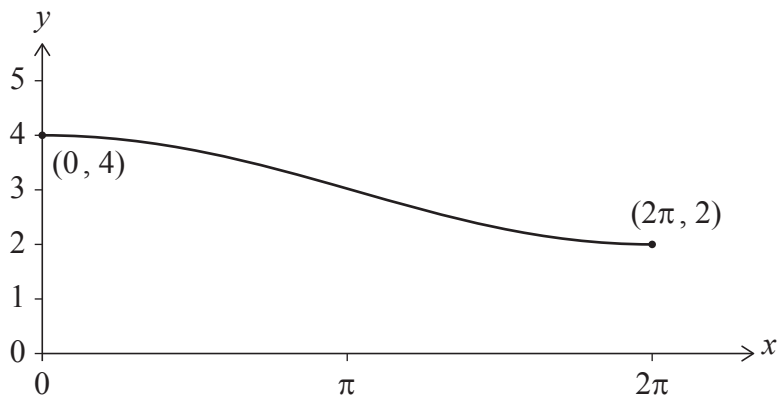
16EP03

Bitte umblättern

2. [Maximale Punktzahl: 6]

Betrachten Sie die Funktion $f(x) = 3 + \cos(bx)$ für $0 \leq x \leq 2\pi$, mit $b \in \mathbb{R}^+$.

Der Graph von $y = f(x)$ ist im folgenden Schaubild dargestellt.



Die Punkte $(0, 4)$ und $(2\pi, 2)$ stellen den Hoch- bzw. Tiefpunkt des Graphen von $y = f(x)$ dar.

(a) Zeigen Sie, dass $b = \frac{1}{2}$. [1]

(b) Finden Sie den Flächeninhalt der vom Graphen von $y = f(x)$, den Koordinatenachsen und der Gerade $x = 2\pi$ eingeschlossenen Fläche. [5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Maximale Punktzahl: 6]

Die Funktionen f und g sind folgendermaßen definiert:

$$f(x) = x^2 + 5x, x \in \mathbb{R}$$

$$g(x) = e^x - 10, x \in \mathbb{R}.$$

Finden Sie den Wert von x , für den $(f \circ g)(x) = 50$ gilt.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

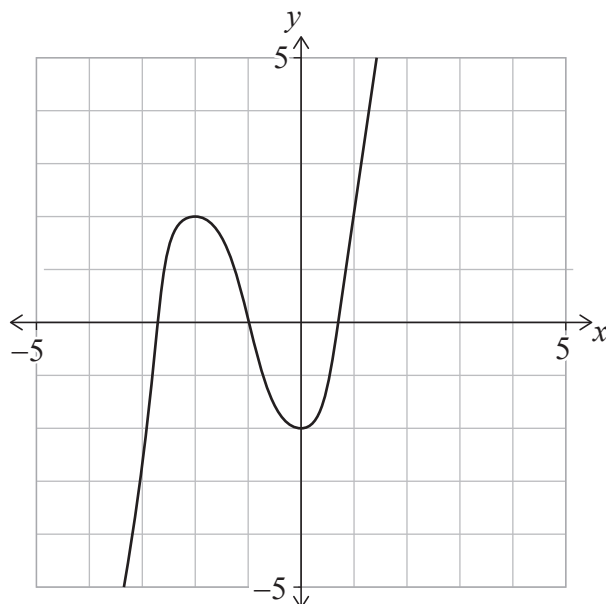
.....



4. [Maximale Punktzahl: 6]

Betrachten Sie die Funktion $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$, mit $x \in \mathbb{R}$.

Das folgende Schaubild zeigt einen Teil der Kurve $y = f(x)$.



Eine Lösung der Gleichung $f(x) = 0$ ist $x = -1$.

(a) Finden Sie die Werte der beiden anderen Lösungen der Gleichung $f(x) = 0$. [4]

(b) Notieren Sie unter Nutzung der Vorarbeit die drei Lösungen der Gleichung $f\left(\frac{x}{2}\right) = 0$. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Maximale Punktzahl: 6]

Betrachten Sie

$$\sum_{n=2}^8 \ln\left(1 - \frac{1}{n}\right) = \ln\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \ln\left(1 - \frac{1}{3}\right) + \dots + \ln\left(1 - \frac{1}{8}\right), \text{ mit } n \in \mathbb{Z}^+.$$

- (a) Zeigen Sie, dass $\sum_{n=2}^8 \ln\left(1 - \frac{1}{n}\right) = -\ln a$ gilt, wobei a eine noch zu bestimmende

Konstante ist und $a \in \mathbb{Z}^+$ gilt.

[5]

- (b) Notieren Sie unter Nutzung der Vorarbeit den Wert von $\sum_{n=2}^{2026} \ln\left(1 - \frac{1}{n}\right)$.

[1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Maximale Punktzahl: 5]

Aus 5 Lehrkräften und 4 Schülern soll ein Gremium mit 3 Lehrkräften und 2 Schülern ausgewählt werden.

Finden Sie die Anzahl der Gremien, die gebildet werden können, wenn 2 bestimmte Schüler nicht gemeinsam in einem Gremium sitzen können.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. [Maximale Punktzahl: 7]

Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass $n^3 + 5n$ ein Vielfaches von 6 ist mit $n \in \mathbb{Z}^+$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



8. [Maximale Punktzahl: 7]

Eine Kurve C ist gegeben durch: $2y + 3xy^2 - 2x^2 + 4 = 0$, für $x \geq \sqrt{2}$.

- (a) Finden Sie $\frac{dy}{dx}$ in Abhängigkeit von x und y . [4]

Der Punkt $P(2, -1)$ liegt auf C . Ein Teilchen bewegt sich entlang der Kurve C so, dass die momentane zeitliche Änderungsrate seiner y -Koordinate bei P -6 Einheiten pro Sekunde beträgt.

- (b) Finden Sie die zeitliche Änderungsrate der x -Koordinate bei P . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



9. [Maximale Punktzahl: 7]

Lösen Sie die Differentialgleichung $xy \frac{dy}{dx} = 1 + y^2$ für den Fall, dass $y = 0$ für $x = 2$ gilt.

Geben Sie Ihre Antwort in der Form $y^2 = f(x)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

Teil B

Beantworten Sie **alle** Fragen im beigefügten Antwortheft. Bitte beginnen Sie jede Frage auf einer neuen Seite.

10. [Maximale Punktzahl: 15]

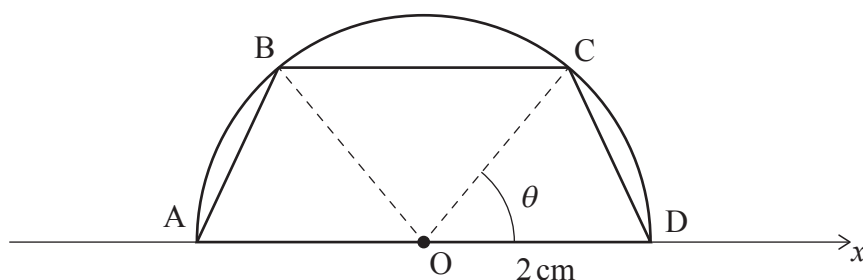
Ein Trapez $ABCD$ ist in einen Halbkreis mit dem Mittelpunkt O und dem Radius 2 cm eingeschrieben.

Die längere parallele Seite $[AD]$ verläuft entlang des Durchmessers des Halbkreises.

Das Trapez wird durch den Winkel θ definiert, der die Drehung des Radius gegen den Uhrzeigersinn ab der positiven x -Achse darstellt, wobei $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ gilt.

Dies ist in der folgenden Abbildung dargestellt.

Abbildung nicht maßstabsgerecht



Der Flächeninhalt des Trapezes kann als die Summe der Fläche dreier Dreiecke betrachtet werden.

(a) Finden Sie den Flächeninhalt des Trapezes für $\theta = \frac{\pi}{6}$. [4]

(b) Finden Sie einen Ausdruck für den Flächeninhalt des Trapezes $A(\theta)$ in Abhängigkeit von θ . Geben Sie Ihre Antwort in der Form $a \sin \theta + b \sin 2\theta$ mit $a, b \in \mathbb{Z}^+$. [3]

(c) (i) Finden Sie $A'(\theta)$.
 (ii) Finden Sie unter Nutzung der Vorarbeit die maximal mögliche Fläche des Trapezes. [6]

Betrachten Sie den Fall, dass θ sich $\frac{\pi}{2}$ nähert.

(d) (i) Beschreiben Sie die Auswirkungen auf die Form von $ABCD$.
 (ii) Die Fläche von $ABCD$ nähert sich dann dem Wert k . Finden Sie den Wert von k . [2]



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

11. [Maximale Punktzahl: 17]

Betrachten Sie die Funktion $f(x) = \frac{-x-7}{x^2+4x+3}$ mit $x \in \mathbb{R}, x \neq -3, x \neq -1$.

(a) Zeigen Sie mit Hilfe von Partialbrüchen, dass $f(x)$ als $\frac{2}{3+x} - \frac{3}{1+x}$ ausgedrückt werden kann. [3]

(b) Zeigen Sie, dass der Flächeninhalt der vom Graphen von $y = f(x)$, der x -Achse sowie den Geraden $x = 0$ und $x = 1$ eingeschlossenen Fläche den Wert $\ln \frac{9}{2}$ hat. [5]

(c) Zeigen Sie, dass die Binomialentwicklung von $f(x)$ bis einschließlich dem x^2 -Term $-\frac{7}{3} + \frac{25}{9}x - \frac{79}{27}x^2$ ist. [4]

(d) (i) Nutzen Sie das Ergebnis aus Teil (c) zum Finden eines Näherungswerts für $\int_0^1 f(x) dx$.
(ii) Notieren Sie unter Nutzung der Vorarbeit den Flächeninhalt der durch die x -Achse, den Graphen von $y = -\frac{7}{3} + \frac{25}{9}x - \frac{79}{27}x^2$ sowie den Geraden $x = 0$ und $x = 1$ eingeschlossenen Fläche. [3]

Der auf drei signifikante Stellen genaue Wert von $\ln \frac{9}{2}$ beträgt 1,50.

(e) Bestimmen Sie, ob die Näherung durch die Binomialentwicklung eine Unterschätzung oder eine Überschätzung der in Teil (b) gefundenen Fläche darstellt. Begründen Sie Ihre Antwort. [2]



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

12. [Maximale Punktzahl: 22]

Betrachten Sie das quadratische Polynom $Q(z) = z^2 - 2\sqrt{3}z + 4$ mit $z \in \mathbb{C}$.

(a) Finden Sie die Lösungen von $Q(z) = 0$

(i) in kartesischer Form;

(ii) in Betrag-Argument-Form.

[6]

Betrachten Sie nun das Polynom $P(z) = z^6 + 64$ mit $z \in \mathbb{C}$.

(b) Lösen Sie $P(z) = 0$. Geben Sie Ihre Antworten in Betrag-Argument-Form an.

[5]

(c) Zeichnen Sie die Lösungen der Gleichung $P(z) = 0$ in einem Argand-Diagramm ein. Beschriften Sie jede Lösung $z_1, z_2, \dots, z_6$, deutlich, wobei z_2 die auf der positiven imaginären Achse liegende Lösung sein soll.

[2]

(d) Verifizieren Sie, dass $z^2 + 4$ ein Faktor von $P(z)$ ist.

[2]

Das Polynom $P(z)$ kann als Produkt dreier quadratischer Faktoren mit reellen Koeffizienten geschrieben werden.

(e) Finden Sie die beiden anderen quadratischen Faktoren von $P(z)$.

[4]

Von z_2 werden zu jeder der anderen Lösungen Strecken gezeichnet.

(f) Finden Sie die Summe dieser Streckenlängen.

[3]



Disclaimer:

Die bei IB-Prüfungen verwendeten Inhalte entstammen häufig Originalwerken von Dritten. Die in ihnen geäußerten Meinungen sind die der jeweiligen Autoren oder Autorinnen und/oder Herausgeber und Herausgeberinnen und geben nicht notwendigerweise die Ansichten von IB wieder. Unternehmen, Produkte oder Personen, die in der Vorlage genannt werden, sind manchmal fiktiv; jede Ähnlichkeit mit tatsächlichen Einrichtungen ist rein zufällig. Alle enthaltenen anerkannten Marken™ oder registrierten Marken® werden nur zur Veranschaulichung verwendet, und die Verwendung impliziert keine Zugehörigkeit zum International Baccalaureate oder eine Befürwortung durch dieses.



16EP15

Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben
werden, werden nicht bewertet.



16EP16